GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

OUTIL DE FORMATION DES ENSEIGNANTS

2023

APPRENDRE

GLOSSAIRE

Didactique des mathématiques

Addendum au Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques

AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

LE PROGRAMME APPRENDRE

Le programme APPRENDRE a pour objectif de mobiliser de l'expertise dans le domaine pédagogique, didactique et universitaire. Il accompagne les ministères de l'Éducation de 26 pays francophones en matière de renforcement des capacités des enseignants du primaire et du secondaire. À la demande de ces pays, APPRENDRE mobilise un réseau d'experts et de partenaires (praticiens, cadres éducatifs, universitaires et chercheurs) pour des missions de formation, d'audit, de diagnostic et d'ingénierie.

Les appuis mis en place par APPRENDRE ciblent prioritairement les directions et institutions nationales en charge de la formation initiale et continue des enseignants dans les pays concernés. L'identification des actions à mener s'appuie sur le recueil des besoins des acteurs, dans une démarche partenariale fondée sur le dialogue et l'échange. Chaque pays définit son plan d'action (PTA) en étroite collaboration avec les experts du programme. Ensemble, ils établissent un diagnostic, mènent une réflexion et déterminent les actions à mettre en place.

APPRENDRE n'est pas un dispositif de formation. Il n'a pas vocation à se substituer aux financements sectoriels de l'éducation dans les pays éligibles. Ses appuis, ponctuels et ciblés, s'inscrivent en amont des projets nationaux conçus et pilotés par les pays et viennent renforcer les capacités de conception et de suivi des ministères.

CE GLOSSAIRE A ÉTÉ CONÇU PAR :

Adolphe Cossi ADIHOU, professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

Denis BUTLEN, professeur des universités émérite à l'université de CY Paris-Cergy Université (France)

Jeanne KOUDOGBO, professeure agrégée de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada)

AVEC LA COLLABORATION DE :

Sylvie COPPE, retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève (Suisse)

Gervais AFFOGNON, docteur en didactique des mathématiques, chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation du Bénin

SOUS LA COORDINATION DE : Denis BUTLEN

ÉDITION ET CORRECTION : Sidonie HAN

CONCEPTION GRAPHIQUE ET MISE EN PAGE : Alexandre LOURDEL

Ce guide est placé sous la licence Creative Commons Attribution - Partage dans les Mêmes Conditions 4.0 International (CC BY-SA 4.0).

Paris, 2023

GROUPE THÉMATIQUE D'EXPERTISE 4

OUTIL DE FORMATION DES ENSEIGNANTS

2023

APPRENDRE

GLOSSAIRE

Didactique des mathématiques

Addendum
au Guide pour le formateur d'enseignants
de mathématiques

AUF AGENCE UNIVERSITAIRE DE LA FRANCOPHONIE

AFD AGENCE FRANÇAISE DE DÉVELOPPEMENT

SOMMAIRE

SOMMAIRE

PRÉAMBULE 7

CHAPITRE 1 | Définitions et commentaires d'ordre général 11

Didactique des mathématiques 13
Système didactique 13
Apprentissage 14
Compétences 14
Enseignement 14
Connaissances mathématiques pour l'enseignement 14
Ingénierie didactique 17
Contextualisation/décontextualisation/contextualisation 17
Procédure et stratégie 17
Instrumentation, instrumentalisation (éclairages didactiques) 18

CHAPITRE 2 | Des références pour analyser le concept et son enseignement 19

1. Connaissances et savoirs 21

Connaissances 21
Savoir 21
Connaissances et savoirs 21
Fonctions du savoir mathématique 22

2. Transposition didactique et théorie anthropologique du didactique 23

Transposition didactique 23
Théorie anthropologique du didactique (TAD) 23
Praxéologie 24

3. Théorie des champs conceptuels 25

Concept 25
Champ conceptuel 25
Schème 25
Schème et algorithme 26

CHAPITRE 3 | Des concepts pour élaborer une fiche pédagogique d'une séance ou d'une séquence 27

1. Principaux concepts de la théorie des situations didactiques 29

Situation 29
Situation didactique (relativement à un savoir) 29

Situation non didactique (relativement à un savoir) ... 30
Situation a-didactique ... 30
Situation a-didactique (relativement à un savoir) ... 30
Situation (a-didactique) d'action (relative à une connaissance) ... 30
Situation d'action ... 31
Situation (a-didactique) de formulation (d'une connaissance) ... 31
Situation (a-didactique) de validation (sociale et culturelle) ... 32
Variables de commande ... 32
Variable didactique ... 32
Variable cognitive ... 33
Saut informationnel ... 33
Institutionnalisation ... 33
Dévolution ... 34
Dévolution d'une situation ... 34
Le contrat didactique ... 35
Contrat pédagogique ... 35

2. Concepts de la théorie de la dialectique outil/objet et des jeux de cadres ... 36

Concept outil/concept objet ... 36
Dialectique outil/objet ... 36
Cadre ... 37
Jeu de cadres ... 37
Changement de cadres ... 37
Registres ... 37
Registres/cadres ... 38

CHAPITRE 4 | Erreurs et remédiation ... 39

Échec ... 41
Erreur ... 41
Obstacle ... 41
Obstacle ... 42
Remédiation ... 43

BIBLIOGRAPHIE ... 45

PRÉSENTATION DES AUTEURS ... 51

PRÉAMBULE

Le présent glossaire est associé au *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques* (Adihou, Butlen, et Koudogbo, avec la collaboration de Coppé et Affognon, 2023), développé dans le cadre du programme APPRENDRE par le groupe d'expertise 4, pour appuyer et accompagner les approches, les ressources et les outils qui sont développés dans le cadre des ateliers de formation, en vue du renforcement des capacités en didactique des mathématiques des formateurs ou enseignants. Le développement de ces ressources et outils a été fait à partir de théories, de concepts et de savoirs issus des recherches en didactique des mathématiques et éprouvés empiriquement ou théoriquement pour penser la formation des enseignants, les situations et les stratégies de formation. Les apports et compléments théoriques sont pensés dans cette optique.

Ce glossaire reprend des définitions de glossaires existants : celui rédigé par **Brousseau**[1] (2010) [1] ; celui produit et diffusé par la **Copirelem**[2] [2] et celui figurant dans l'ouvrage de **Butlen** sur le calcul mental[3] [3]. Nous nous sommes focalisés sur des notions et concepts qui visent à « outiller les formateurs en vue de développer chez les enseignants l'exercice d'une vigilance didactique » (Charles-Pézard, 2010 ; Charles-Pézard, Butlen et Masselot, 2012). En effet, ce glossaire est un maillage des contenus des glossaires existants et de certaines définitions et certains concepts que nous rencontrons dans notre pratique. Il trouve son origine dans un travail qui avait été initié par Butlen (2007). Une sélection des concepts et notions à définir est faite pour cibler le plus possible ceux qui éclaireront les approches, les ressources et les outils qui sont développés dans le cadre des ateliers de formation en vue du renforcement des capacités en didactique des mathématiques.

Ce glossaire ne se contente pas d'apporter des définitions de concepts et de notions, il développe également des points de vue différents pour contribuer à la compréhension de ces concepts et notions. Ainsi, il n'est pas conçu pour des apprentissages par cœur des définitions, mais pour servir d'outil éclairant la compréhension des approches, des ressources, des outils et des contenus qui interviennent dans les ateliers. Les définitions ne sont pas exhaustives – ce qui demanderait un développement beaucoup plus important –, mais donnent des indications permettant au lecteur de se repérer dans un ensemble de notions souvent utilisées en recherche comme en formation (Butlen, 2007).

1 Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques rédigé en 1998, mis à jour en 2010 et consultable en ligne : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.

2 Glossaire de la Copirelem, cité par Briand, J., Chevalier, M. C. (2000). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques.* Hatier Pédagogique (Éclairages didactique) et consultable en ligne : https://arpeme.fr/documents/243B0037BC4A2911EBF.pdf.

3 Butlen, D. (2007). *Calcul mental entre sens et technique* (pp. 216-223). Presses universitaires de Franche-Comté.

Comment lire ce glossaire

Afin de faciliter la lecture, nous indiquons par les références [1], [2], [3] les emprunts aux différents glossaires cités ci-dessus.

Nous avons regroupé les définitions et commentaires par rubriques : concepts et notions d'ordre général (définition de la didactique des mathématiques, savoirs et stratégies de formation, etc.) ; les concepts didactiques mobilisés pour analyser un concept et son enseignement issus de théories didactiques (connaissances et savoirs, transposition didactique, éléments de la théorie des champs conceptuels), ceux mobilisés pour l'élaboration de fiches pédagogiques (issus de la théorie des situations didactiques, de la dialectique outil/objet et des jeux de cadres) ; et enfin ceux mobilisés pour analyser les erreurs et leur traitement ou encore les pratiques enseignantes. Ces regroupements sont nécessairement arbitraires, car une même définition peut souvent relever de plusieurs de ces catégories.

Nous avons présenté les différentes définitions en prenant en compte la proximité des concepts en jeu et la logique de formation qui a guidé la conception du guide de formation des formateurs d'enseignants de mathématiques. Cela nous a conduits à ne pas respecter un ordre alphabétique pour cette présentation.

CHAPITRE

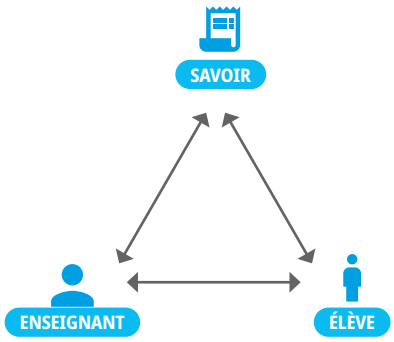
1

DÉFINITIONS ET COMMENTAIRES D'ORDRE GÉNÉRAL

Didactique des mathématiques [3]

« La didactique des mathématiques est un champ de recherche au confluent de plusieurs autres champs disciplinaires (mathématiques, psychologie cognitive, psychologie sociale, sociologie, épistémologie, etc.). Elle se propose d'étudier les rapports existants entre enseignement et apprentissage dans le contexte spécifique des mathématiques. Ainsi, elle étudie les processus de transmission et d'acquisition des connaissances relatives au domaine spécifique de cette discipline ou des sciences voisines avec lesquelles elle interagit. Elle décrit et analyse les difficultés rencontrées et propose des moyens pour aider les professeurs, les élèves et les étudiants à les surmonter, et notamment pour faire du savoir enseigné un savoir vivant, fonctionnel et opératoire » (*Encyclopaedia Universalis*, 2023, p. 216).

Système didactique [2]



Le système didactique est schématisé avec trois places : l'enseignant, l'élève, un savoir mathématique. La relation didactique est ternaire. Pour décrire un système didactique, il est nécessaire de considérer :

➜ Chacun des pôles :

- L'élève avec ce qu'il sait, sa façon d'agir, ses modèles d'appropriation.
- Le savoir dans la forme sous laquelle il se présente dans la situation.
- Le maître avec ses intentions d'enseignement, les dispositifs qu'il met en œuvre, etc.

➜ Chacun des axes (les interactions entre les pôles) :

- Sur l'axe élève-savoir, on trouve les représentations, les conceptions, le rapport au savoir, c'est-à-dire ce que l'élève sait et comment il le sait à un moment donné de son apprentissage.

- Sur l'axe maître-élève, on trouve la notion de contrat didactique qui éclaire et décrit le jeu des attentes mutuelles de l'élève et du maître à propos de l'objet de savoir mis en œuvre dans une relation didactique déterminée.
- Sur l'axe maître-savoir, le maître participe au mouvement général qui contribue à rendre le savoir enseignable ; il se retrouve placé entre sa propre conception du savoir qu'il a à charge d'enseigner et les formes qui lui sont prescrites par les programmes, à la suite de transformations opérées par la transposition didactique.

Apprentissage

Modification durable de compétences, c'est-à-dire des connaissances et savoir-faire, d'un individu à la suite d'une ou plusieurs acquisitions, qui sont de son fait ou qui résultent de l'action d'un agent extérieur.

Compétences

Caractéristiques positives d'un individu, témoignant de sa capacité à accomplir certaines tâches. Ensemble de savoirs et de savoir-faire, conduites types, procédures standards, types de raisonnement que l'on ne peut mettre en œuvre sans savoir nouveau. La compétence se développe dans des situations complexes (Rey, 2014).

Enseignement

Organisation intentionnelle d'apprentissage dans le cadre d'un projet social de communication et de diffusion de connaissances déterminées.

Connaissances mathématiques pour l'enseignement

Ball, Thames et Phelps (2008) reprennent en les affinant deux catégories de connaissances des enseignants définies auparavant par Shulman (1987) : le « *Subject Matter Knowledge* » (SMK) et le « *Pedagogical Content Knowledge* » (PCK).

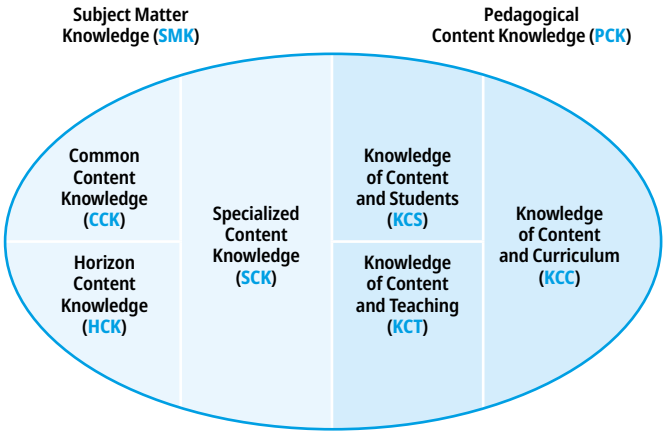
Le SMK concerne les connaissances mathématiques (concepts, techniques, méthodes, modes de raisonnement). Le PCK concerne les formes de représentations des concepts, les analogies, illustrations, exemples, explications et démonstrations, etc. Proche du SMK, il s'en distingue par la nécessité de représenter les notions mathématiques pour les rendre compréhensibles aux autres. Le PCK recoupe pour une large part, sans s'y identifier totalement, ce que les didacticiens francophones

appellent « connaissances didactiques » et ce qui avait été identifié par le qualificatif « *Didactical Knowledge* » (ICMI, 2015).

Notons que Shulman identifiait une troisième catégorie de connaissances des enseignants : le « *Pedagogical Knowledge* » (PK) qui comporte les connaissances générales sur l'éducation, ses aspects psychologiques, éthiques, sociologiques, mais aussi la gestion de la classe.

Ball, Thames et Phelps (2008) affinent les catégories définies par Shulman en distinguant respectivement dans les SMK et PCK des composantes comme le montre le schéma ci-dessous.

Domains of Mathematical Knowledge for Teaching
[Connaissances mathématiques pour l'enseignement] (Ball *et al.*, 2008, p. 403).



La catégorie dénommée « connaissances mathématiques pour l'enseignement » ou « *Domains of Mathematical Knowledge for Teaching* » se subdivise en deux composantes : « ***Subject Matter Knowledge* (SMK)** » et « ***Pedagogical Content Knowledge* (PCK)** ». Ces deux composantes sont elles-mêmes divisées chacune en trois catégories. Les connaissances relevant du SMK se décomposent en trois : les connaissances indépendantes de l'enseignement (*Common Content Knowledge* [CCK]), les connaissances mathématiques spécifiques du travail du professeur (*Specialized Content Knowledge* [SCK]) et les connaissances de l'horizon mathématique (*Horizon Content Knowledge* [HCK]).

Les ***Common Content Knowledge* (CCK)** que l'on peut traduire par « **connaissances mathématiques communes (CMC)** » se composent de techniques et méthodes mathématiques intervenant dans diverses disciplines faisant appel aux savoirs mathématiques. Elles permettent entre autres des applications, des modélisations et l'étude de situations dans un contexte d'analyse de tâches.

Les ***Horizon Content Knowledge*** **(HCK)**, traduit par « **connaissances de l'horizon mathématique (CHM)** », favorisent l'articulation et le lien entre les contenus mathématiques, mais décrivent aussi l'organisation des différentes notions à enseigner pour un même niveau, ainsi que selon plusieurs niveaux. Ce type de connaissances permet de cerner les fondements et bases des contenus, apportant une vision plus large des mathématiques (une perspective écologique au sens de Chevallard [2002]).

Les ***Specialized Content Knowledge*** **(SCK)**, traduit par « **connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (CMS)** », permettent l'enseignement et l'apprentissage des contenus.

Ball, Thames et Phelps (2008) décomposent le *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) également en trois types de composantes, représentant chacune un type de connaissance. La première composante dénommée « ***Knowledge of Content and Teachin*g** **(KCT)** » que l'on peut traduire par « **connaissances du contenu de l'enseignement du sujet ou de la matière (CC)** » est composée des connaissances mathématiques auxquelles l'enseignant se réfère pour planifier les situations d'enseignement-apprentissage. Ces connaissances favorisent le choix des activités de préparation, de réalisation, d'objectivation et de réinvestissement. Autrement dit, elles interviennent dans les situations d'actions et participent au processus de dévolution et d'institutionnalisation (Brousseau, 1998a). Elles recouvrent donc la préparation et la gestion de la classe.

La deuxième composante ***Knowledge of Content and Student*** **(KCS)**, « **connaissances de l'élève et de l'apprentissage du sujet ou de la matière (CE)** », concerne la compréhension et les divers processus d'acquisition des concepts mathématiques. Elle permet de cerner les spécificités de l'élève au regard des concepts, la nature des erreurs et procédures mathématiques. Elle aide à comprendre les démarches, l'usage de contenus mathématiques et les régularités en matière de concepts. Servant de références pour diverses analyses (conceptuelles, à priori et à posteriori), elles sont utiles pour anticiper les procédures, les erreurs et mettre en évidence les fausses conceptions des élèves (par exemple ce que Vergnaud [1991] appelle des « théorèmes en actes », voir chapitre 2 du *Guide du formateur d'enseignants de mathématiques* [Adihou, Butlen, et Koudogbo, avec la collaboration de Coppé et Affognon, 2023, p. 47]).

Enfin, la dernière composante ***Knowledge of Context and Curriculum*** **(KCC)**, « **connaissances du programme et des moyens d'enseignement (CP)** », se compose des connaissances liées aux contenus déterminés dans les programmes d'études.

Ingénierie didactique [3]

« Une ingénierie didactique se caractérise par un ensemble organisé de situations d'enseignement qui vise non seulement l'apprentissage d'une notion, mais aussi l'étude des conditions de cet apprentissage. Le chercheur la construit pour analyser comment les élèves, en situation scolaire, apprennent la ou les notions visées par la recherche » (p. 219).

Contextualisation/décontextualisation/contextualisation [3]

« Il s'agit du processus visant à aller du particulier au général. En didactique des mathématiques, ce terme est notamment utilisé pour désigner le processus qui vise à généraliser le domaine de fonctionnement ou d'application d'une notion, à l'extraire du ou des contextes particuliers dans lequel ou dans lesquels elle a été rencontrée pour lui donner un statut plus général. La notion ne dépend plus du problème spécifique qu'elle permet de résoudre, mais prend place dans l'organisation des savoirs mathématiques. Inversement, le processus de contextualisation revient à énoncer ou préciser un ou plusieurs problèmes (contexte) que la notion permet de résoudre.

Le travail du professeur de mathématiques consiste dans un premier temps à contextualiser le savoir visé par l'enseignement, par exemple en choisissant un problème qu'il permet de résoudre, puis, dans un deuxième temps, à généraliser le domaine de fonctionnement de ce savoir en élargissant le domaine des problèmes qu'il permet de résoudre et en décontextualisant progressivement le savoir en question » (pp. 221-222).

Procédure et stratégie [2]

D'après Boule (1998), « une procédure est un ensemble univoque et ordonné d'actions en vue d'un but déterminé. Dans le temps de son déroulement, la procédure peut mettre de côté la signification. C'est typiquement le cas d'une résolution algébrique d'une équation du second degré par exemple. C'est aussi ce qui se produit lorsqu'on calcule par écrit : les règles prescrites n'autorisent aucun choix et conduisent à un résultat » (p. 209). Toutefois, techniques et sens se construisent dialectiquement (Butlen, 2007).

Un certain accord semble acquis en ce qui concerne les principales caractéristiques de la notion de stratégie :

- disponibilité d'un éventail de procédures,
- exercice d'une sélection en fonction de la tâche et du but poursuivi,
- guidage et évaluation du déroulement.

Une stratégie suppose un choix parmi plusieurs possibilités. L'existence du choix n'est pas toujours assurée. S'il n'existe pas, on ne saurait parler de stratégie, faute d'alternative. Les raisons de ce choix, s'il existe, peuvent être diverses : direction plus familière, évocation plus facile, préjugé de commodité ou de rapidité, etc.

Il arrive que l'on désigne par « stratégie » le résultat du choix (il s'agit alors d'une procédure effective) ou bien le choix, ou encore la possibilité de choix.

Instrumentation, instrumentalisation (éclairages didactiques)

L'approche instrumentale s'inspirant de travaux menés en ergonomie cognitive (Rabardel, 1995) distingue l'objet ou artefact de l'instrument que cet objet devient au service de l'activité mathématique d'un individu donné ou d'une institution. La transition artefact-instrument se produit via une genèse instrumentale, en général complexe. Cette genèse met en jeu des processus d'instrumentalisation dirigés vers l'artefact et des processus d'instrumentations dirigées vers le sujet. Ces processus d'instrumentation se traduisent par le développement de chaînes d'actions instrumentées qui sont à la base de techniques instrumentées servant à la résolution de tâches mathématiques. L'approche instrumentale qui s'est développée initialement pour le contexte de logiciel de calcul formel et de calculatrice symbolique en didactique des mathématiques apporte une attention particulière à l'analyse des connaissances mathématiques et techniques qui interviennent dans la genèse instrumentale, ainsi qu'à leur imbrication. Elle est aussi particulièrement sensible aux problèmes d'articulation entre techniques instrumentées et techniques papier/crayon, ainsi qu'aux problèmes posés par cette articulation, et plus généralement par la gestion institutionnelle des genèses instrumentales. Une hypothèse faite est que, actuellement, ces problèmes d'articulation et de gestion sont fortement sous-estimés par la noosphère.

CHAPITRE

2

DES RÉFÉRENCES POUR ANALYSER LE CONCEPT ET SON ENSEIGNEMENT

1 CONNAISSANCES ET SAVOIRS

Connaissances [2]

« Nous appelons “connaissance engagée dans une situation” ce qui permet à un sujet qui doit, dans cette situation, envisager une série de choix possibles de prendre une décision, de manière reproductible (*i.e.* la même décision pour une situation analysée comme de même type).

Une connaissance est donc attestée par des actions réalisées par le sujet, actions accompagnées ou non de formulations langagières (orale, graphique ou écrite), explicitant les choix envisagés et la décision (qui sera) prise, ou de débat sur le système de détermination des choix et de décisions. Des décisions issues de connaissances manifestent une certaine régularité. Certaines décisions régulières ne correspondent pas à des choix, mais à l’absence de considération par le sujet de choix à réaliser : il n’envisage qu’une décision possible » (p. 204).

Savoir [2]

« Un savoir est un ensemble de connaissances reconnues culturellement dans une institution. C’est le savoir qui permet le repérage des connaissances des sujets utiles à la vie de l’institution. Un savoir se formule dans une langue et dans une culture. Les savoirs mathématiques de référence sont ceux produits et consignés par les mathématiciens dans les ouvrages et articles de mathématiques, mais également ceux prescrits dans les documents officiels des programmes d’enseignement » (p. 205).

Connaissances et savoirs [2]

« Le savoir n’est pas la connaissance et la connaissance n’est pas le savoir. Les connaissances, instruments personnalisés d’action sur le monde, ne sont pas naturellement transformées en savoirs. Un enfant qui a réussi quelque chose ne reconnaît pas encore la valeur culturelle de ce qu’il a fait. Les mathématiciens n’ont pas toujours (ou pas encore à une date t) institutionnalisé en savoirs toutes les connaissances communes nécessaires à leur pratique (par exemple les énumérations, les fractales, etc.).

Le savoir est un objet culturel. Sa création et la manière de l’acquérir sont sociales, à l’intérieur d’une institution, en utilisant une langue et une culture dans lesquelles elles sont explicitées, établies, reconnues.

Les savoirs ne sont pas naturellement transformés en connaissances par un sujet dans une situation. Il faut que celui-ci soit capable d’établir un rapport de sujet

connaissant à la situation. Il faut également que la culture du savoir que le sujet maîtrise puisse lui donner des outils pour identifier des objets de la situation par des objets du savoir et réaliser sur ces objets les traitements selon les algorithmes, énoncés, interprétations dont il a la maîtrise dans le domaine du savoir.

À un savoir bien identifié, dans une institution donnée, correspond un ensemble de situations qui sont spécifiques à ce savoir. Ce savoir permet de reconnaître et de décrire les connaissances utiles à un sujet pour prendre les décisions adéquates à la réalisation de son projet » (p. 205).

Fonctions du savoir mathématique [2]

La fonction première du savoir est de permettre de prendre des décisions, d'effectuer des choix au cours de l'action. Pour cela, il n'est pas toujours nécessaire que le savoir s'exprime, se prouve ou soit formulable. On pourra donc analyser une situation d'enseignement du seul point de vue des actions que l'élève doit entreprendre, de leur motivation, des anticipations dont ces actions témoignent, des rétroactions auxquelles celles-ci sont soumises, des possibilités d'évolution des stratégies et des représentations dont celles-ci témoignent.

La seconde fonction du savoir est de permettre la description des situations, des actions, des stratégies ou de leurs résultats. Différents modes de communication le permettent :

- Communication à autrui (qu'il soit un pair ou non).
- Communication immédiate ou différée.
- Autocommunication.

Les situations de communication peuvent provoquer des adaptations qui vont avoir des effets en termes de moyens d'expression, de langage. L'étude de ces situations de communication, les objets sur lesquels elles portent, les registres qu'elles utilisent (registre « texte », registre « graphique », registre « figural », registre « symbolique », etc.), les lexiques qu'elles mobilisent sont de toute première importance pour l'apprentissage et la construction des connaissances. Dans les situations de communication, la validation de l'action du sujet est le constat d'une communication réussie.

La troisième fonction du savoir est d'appuyer la conviction d'un ou plusieurs sujets par des preuves éventuellement organisées en théorie. Cette fonction du savoir est sollicitée dans le débat de validation ou de preuve ; le savoir appartient à un domaine de pratiques qui est celui de la validation par le recours aux savoirs organisés par la théorie. En mathématiques, il s'agit la plupart du temps d'un raisonnement hypothético-déductif.

2 TRANSPOSITION DIDACTIQUE ET THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE

Transposition didactique [2]

Pour Chevallard (1991), « un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit [...] un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre sa place parmi les *objets d'enseignement*. Le "travail" qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé *la transposition didactique* » (p. 39).

« La transposition didactique décrit les choix, les découpages, les transformations des savoirs pris à un moment donné comme références dans les différentes institutions. Elle se manifeste par ses étapes : la production du savoir par la communauté des mathématiciens, les choix à effectuer sur les savoirs à enseigner, les choix sur les découpages de ces savoirs, les choix sur la recontextualisation de ces savoirs, les savoirs effectivement enseignés, les savoirs effectivement acquis par les élèves... » (p. 206).

La transposition didactique est l'ensemble des transformations, « transposition externe » et « transposition interne », que subit un savoir aux fins d'être enseigné (Chevallard, 1991, 1994). Elle renvoie à plusieurs types de savoirs ou plusieurs variantes du même savoir. Notons qu'il s'agit alors du même savoir qui se transforme.

Théorie anthropologique du didactique (TAD) (Chevallard, 1999)

« La TAD, qui prolonge la Transposition Didactique, distingue des types d'objets particuliers : les institutions, les individus et les positions qu'ils occupent dans les institutions. En venant occuper ces positions, les individus deviennent les sujets des institutions – sujets actifs qui contribuent à faire vivre les institutions par le fait même de leur être assujettis. La TAD conduit alors à regarder l'enseignement d'une discipline, notamment des mathématiques, dans un univers plus vaste que celui de la discipline, celui de l'école d'abord, celui de la société ensuite, celui de toute une civilisation enfin, en vue d'analyser au plus large les conditions et les contraintes qui pèsent sur cet enseignement » (Comiti, 2014, p. 447).

« La théorie anthropologique du didactique se donne comme programme de recherche l'étude des conditions et des contraintes de la diffusion des savoirs et savoir-faire – regardés comme étroitement imbriqués et modélisés par les praxéologies – vers les personnes et les institutions » (Wozniak, 2015, p. 150).

Praxéologie

La praxéologie s'insère dans le processus de la transposition didactique interne. Elle intègre quatre dimensions qui sont le type de tâches, la technique, la technologie et la théorie. En ce sens, « toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type de tâche T, au moyen d'une certaine technique τ, justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ. En bref, toute activité humaine met en œuvre une organisation qu'on peut noter [T, τ, θ, Θ] et qu'on nomme praxéologie, ou organisation praxéologique » (Chevallard, 2002, p. 9).

3 THÉORIE DES CHAMPS CONCEPTUELS

Concept [3]

« Vergnaud (2002) définit le concept comme un triplet : un ensemble de situations, qui donnent sens au concept ; un ensemble d'invariants opératoires, sur lequel s'appuie l'organisation de l'activité ; un ensemble de formes symboliques et langagières, qui permettent de représenter les concepts et leurs relations avec l'action » (p. 222).

Champ conceptuel [3]

« Vergnaud (1981a, 1981b) définit un champ conceptuel comme un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion » (p. 222).

Schème [3]

« G. Vergnaud définit le schème comme "une totalité dynamique fonctionnelle qui organise le déroulement dans le temps et dans l'espace des gestes instrumentaux [...]. Plus précisément, c'est une organisation invariante de l'activité pour une classe de situations définie. L'invariance caractérise l'organisation et non l'activité ; le schème n'est pas un stéréotype ; il permet au contraire de traiter la contingence et la nouveauté, ce qui ne serait pas le cas s'il s'agissait d'un stéréotype. S'adressant à une classe de situations, c'est un universel. Pour étudier l'activité des individus [...], il est donc nécessaire d'identifier les différentes catégories de situations auxquelles ils sont confrontés – même si les limites de ces catégories ne sont pas hermétiques, ni rigoureusement définies" (2002).

Un schème comprend nécessairement quatre composantes : un but (ou plusieurs), des sous-buts et des anticipations ; des règles d'action, de prise d'information et de contrôle, qui s'avèrent décisives pour sélectionner l'information pertinente et générer les actions au fur et à mesure ; des invariants opératoires, c'est-à-dire des théorèmes-en-actes (propositions tenues pour vraies sur le réel) et des concepts-en-actes (concepts pertinents pour la construction de ces théorèmes-en-acte) ; des possibilités d'inférence » (pp. 222-223).

La référence aux schèmes est au cœur de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) qu'il définit comme « l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée » (p. 136). Pour celui-ci, « c'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant [...]. On peut distinguer :

1. des classes de situations pour lesquelles le sujet dispose dans son répertoire, à un moment donné de son développement et sous certaines circonstances, des compétences nécessaires au traitement relativement immédiat à la situation ;
2. des classes de situations pour lesquelles le sujet ne dispose pas de toutes les compétences nécessaires, ce qui l'oblige à un temps de réflexion et d'exploration, à des hésitations, à des tentatives avortées, et le conduit éventuellement à la réussite, éventuellement à l'échec.

Le concept de schème est intéressant pour l'une et l'autre classe de situations, mais il ne fonctionne pas de la même manière dans les deux cas. Dans le premier cas, on va observer pour une même classe de situations des conduites largement automatisées, organisées par un schème unique ; dans le second cas, on va observer l'amorçage successif de plusieurs schèmes qui peuvent entrer en compétition et qui, pour aboutir à la solution recherchée, doivent être accommodés, décombinés et recombinés ; ce processus s'accompagne nécessairement de découvertes » (p. 136).

Schème et algorithme

« Le fonctionnement cognitif de l'élève comporte des opérations qui s'automatisent progressivement (changer de signe quand on change de membre, isole x d'un côté du signe d'égalité) et des décisions conscientes qui permettent de tenir compte des valeurs particulières des variables de situation. La fiabilité du schème pour le sujet repose en dernier ressort sur la connaissance qu'il a, explicite ou implicite, des relations entre l'algorithme et les caractéristiques du problème à résoudre. L'automatisation est évidemment l'une des manifestations les plus visibles du caractère invariant de l'organisation de l'action. Mais une suite de décisions conscientes peut aussi faire l'objet d'une organisation invariante pour une classe de situations données. D'ailleurs, l'automatisation n'empêche pas que le sujet conserve le contrôle des conditions sous lesquelles telle opération est appropriée ou non. Prenons, par exemple, l'algorithme de l'addition en numération décimale ; son exécution est largement automatisée pour la plupart des enfants à la fin de l'école élémentaire. Pourtant les enfants sont capables de générer une suite d'actions différentes en fonction des caractéristiques de la situation : retenue ou pas, zéro intercalaire ou pas, décimal ou pas. En fait, toutes nos conduites comportent une part d'automaticité et une part de décision consciente. On voit aussi, avec ces exemples, que **les algorithmes sont des schèmes**, ou encore que les schèmes sont des objets du même type logique que les algorithmes : il leur manque éventuellement l'effectivité, c'est-à-dire la propriété d'aboutir à coup sûr en un nombre fini de pas. Les schèmes sont souvent efficaces, pas toujours effectifs » (Vergnaud, 1991, pp. 137-138).

CHAPITRE 3

DES CONCEPTS POUR ÉLABORER UNE FICHE PÉDAGOGIQUE D'UNE SÉANCE OU D'UNE SÉQUENCE

1 PRINCIPAUX CONCEPTS DE LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES [1]

« La théorie des situations comporte deux objectifs, d'une part l'étude de la consistance des objets et de leurs propriétés (logiques, mathématiques, ergonomiques), nécessaires à la construction logique et à l'invention de "situations", et d'autre part la confrontation scientifique (empirique ou expérimentale) de l'adaptation de ces modèles et de leurs caractéristiques avec la contingence » (p. 2). Les situations considérées appartiennent à deux catégories :

- « Les **situations didactiques** où un actant, un professeur par exemple, organise un dispositif qui manifeste son intention de modifier ou de faire naître les connaissances d'un autre actant, un élève par exemple, et lui permet de s'exprimer en actions.
- Les situations **"non didactiques"** où l'évolution de l'actant n'est soumise à aucune intervention didactique directe. La dénomination n'est pas heureuse, car une telle situation peut servir dans un projet didactique et à ce titre être dite "didactique : qui sert à enseigner", suivant l'usage commun.

La modélisation des enseignements effectifs conduit à combiner les deux : certaines situations didactiques ménagent au sujet de l'apprentissage des situations partiellement libérées d'interventions directes : **les situations a-didactiques** » (p. 2).

Situation

Le terme de « situation » décrit les conditions dans lesquelles un individu ou un groupe évolue ; les relations que ces personnes entretiennent entre elles mais aussi avec leur environnement, leur milieu ; les éléments caractéristiques de leur action et de son évolution à un moment donné.

Situation didactique (relativement à un savoir) [2]

« "Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté **d'enseigner, un enseignant**" (Brousseau, 1998, p. 281). Une situation didactique est l'ensemble des relations pertinentes (explicites ou implicites) d'un sujet (ou de plusieurs sujets) apprenant avec un sujet enseignant et avec un milieu mobilisé par ce dernier pour faire approprier un savoir déterminé » (p. 202).

Situation non didactique (relativement à un savoir) [2]

« Une situation non didactique (relativement à un savoir) est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées, mais dont le milieu ne comporte aucun agent intervenant au cours du déroulement pour faire acquérir au sujet une connaissance déterminée : il n'y a pas d'intention d'apprentissage dans la situation » (p. 202).

Situation a-didactique

Brousseau (1988, 1990) introduit les concepts de « situation a-didactique » et de « milieu » : situation présentée par l'enseignant et aménagée au regard d'un savoir spécifique afin de mettre en interaction un milieu et l'élève. Dans cette situation, les élèves vont poser des actions, formuler des hypothèses et valider ces dernières lors d'interactions avec le milieu. Le milieu devient la cause de l'adaptation des actions de l'élève et la modification de ses connaissances (Brousseau, 1988, 1990).

Situation a-didactique (relativement à un savoir) [2]

« Une situation a-didactique est une situation construite de façon à ce que le résultat souhaité ne puisse être obtenu que par la mise en œuvre des connaissances visées, mais que l'élève ne peut pas lire (ou a renoncé à lire) ces connaissances au travers des intentions du professeur concernant ces connaissances, pour prendre ses décisions.

Les bonnes décisions des élèves, celles qui correspondent au savoir associé, constituent des stratégies rationnelles d'action sur un milieu, que le professeur n'a pas besoin de valider, puisque le milieu s'en charge.

Les propriétés didactiques d'une situation a-didactique varient beaucoup selon que :

- la dévolution est réussie ou non,
- les connaissances dont disposent les élèves sont adaptées ou non (capacité à entrevoir une stratégie de base, capacité à la mettre en question, fonctionnalité de connaissances permettant de valider intellectuellement certaines décisions, méconnaissance préalable des stratégies gagnantes),
- la situation est une situation d'action, de formulation ou de validation » (p. 2).

Situation (a-didactique) d'action (relative à une connaissance) [1]

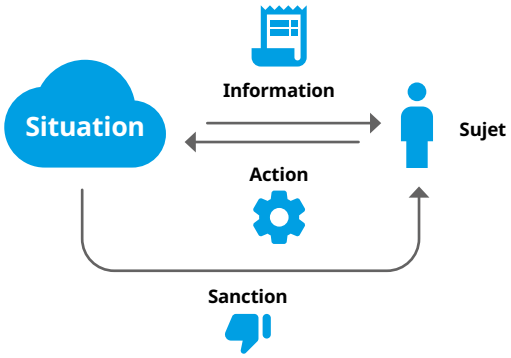
« C'est une situation où la connaissance du sujet se manifeste seulement par des décisions, par des actions régulières et efficaces sur le milieu, et où il est sans importance pour l'évolution des interactions avec le milieu que l'actant puisse ou non identifier, expliciter ou expliquer la connaissance nécessaire » (p. 3).

Situation d'action [3]

« Brousseau (1981) a mis en évidence trois dialectiques intervenant dans les rapports entre enseignement et apprentissage : les dialectiques d'action, de formulation et de validation.

La dialectique d'action consiste à placer l'élève devant une situation (d'action) lui posant un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, porte sur (utilise) la connaissance à enseigner. Il doit pouvoir agir sur la situation et se créer un modèle implicite guidant cette action. En lui renvoyant de l'information, la situation doit lui permettre de juger le résultat de son action et d'ajuster cette dernière » (pp. 216-217).

Modélisation d'une situation d'action



Situation (a-didactique) de formulation (d'une connaissance)

C'est une situation qui met en rapport au moins deux actants avec un milieu. Leur succès commun exige que l'un formule la connaissance en question (sous une forme quelconque) à l'intention de l'autre qui en a besoin pour la convertir en décision efficace sur le milieu. La formulation consiste pour ce couple d'actants à utiliser un répertoire connu pour formuler un message original, mais la situation peut conduire à modifier ce répertoire. On peut déduire théoriquement et vérifier expérimentalement qu'une formulation « spontanée » de connaissance exige que cette connaissance existe préalablement comme modèle implicite d'action chez les deux actants.

Situation (a-didactique) de validation (sociale et culturelle) [1]

« Une situation de validation est une situation dont la solution exige que les actants établissent ensemble la validité de la connaissance caractéristique de cette situation. Sa réalisation effective dépend donc aussi de la capacité des protagonistes d'établir ensemble explicitement cette validité. Celle-ci s'appuie sur la reconnaissance par tous d'une conformité à une norme, d'une constructibilité formelle dans un certain répertoire de règles ou de théorèmes connus, d'une pertinence pour décrire des éléments d'une situation, ou d'une adéquation vérifiée pour la résoudre. Elle implique que les protagonistes confrontent leurs avis sur l'évolution du milieu et s'accordent selon les règles du débat scientifique » (p. 4).

Variables de commande [3]

« Une variable de commande est un élément de la situation qui peut être modifié par le maître, cette variable est didactique quand un changement de valeur affecte la hiérarchie des stratégies de solutions (par le coût, la validité, la complexité).

Les exemples sont divers :

- Le matériel utilisé (ex. : papier quadrillé, papier blanc en géométrie).
- Le type de tâche (ex. : tâche de constat ou de fabrication dans la comparaison de collection d'objets au CP).
- La répartition des tâches (entre enfants, dans le temps, etc.).
- Les contraintes de la tâche (ce qui est autorisé).
- La forme du travail (individuel, par groupes).
- La gestion du temps (le temps laissé aux élèves pour résoudre un problème permet d'éliminer des procédures trop coûteuses en temps).
- La taille des nombres » (pp. 219-220).

Variable didactique

« On appelle variable didactique tout élément d'une situation dont un changement de valeur peut provoquer des modifications ou des adaptations de stratégies chez l'élève » (Charnay, 2013, p. 13).

« Une variable didactique est un élément de la situation qui peut être modifié par le maître, et qui affecte la hiérarchie des stratégies de solutions (par le coût, la validité, la complexité) » (Briand et Chevalier, 2000, p. 68).

Une variable didactique est un élément de la situation qui peut être choisi par l'enseignant, qui peut être modifié par ce dernier, et qui affecte la hiérarchie des stratégies

de solutions. Elle est déterminée lors de la préparation de la situation et n'est « normalement » pas modifiée pendant (Fénichel et Pauvert, 1997).

Les variables didactiques sont l'ensemble des paramètres ou des contraintes de la situation d'enseignement que l'enseignant peut modifier ou manipuler afin de conduire l'élève vers un apprentissage donné. Ces variables doivent être clairement cernées et décrites en fonction des procédures qu'elles pourraient modifier et du rôle qu'elles joueront dans les démarches des élèves. Elles peuvent toucher le dispositif, les consignes, les aides prévues, les supports donnés, les instruments autorisés, etc.

« Une variable didactique est une variable cognitive dont la valeur peut être fixée à volonté par l'enseignant. La modification de la valeur de cette variable permet d'engendrer à partir d'une situation :

- soit un champ de problèmes correspondant à une même connaissance, ainsi l'enseignant peut proposer à l'élève de se confronter à plusieurs reprises à la même connaissance, à travers une situation dont le milieu lui est pour l'essentiel connu, sans que les réponses lui soient connues. C'est la base des situations d'élaboration de nouvelles connaissances ;
- soit un éventail de problèmes correspondant à des connaissances différentes ; ainsi l'enseignant peut utiliser d'abord des valeurs correspondant à des connaissances acquises, ce qui permet à l'élève de comprendre le problème, puis modifier la variable pour lui faire affronter la construction d'une connaissance nouvelle » ([2], p. 207).

Variable cognitive [2]

« Une variable cognitive d'une situation a-didactique est un paramètre de cette situation qui, suivant les valeurs qui lui sont attribuées, modifie la connaissance nécessaire à la solution » (p. 207).

Saut informationnel [3]

« Le saut informationnel désigne une augmentation importante de la valeur d'une variable de commande nécessitant un traitement de l'information différent, et entraînant un éventuel changement de procédures et de performance » (p. 220).

Institutionnalisation [3]

« Le processus d'institutionnalisation a pour but de donner aux connaissances éventuellement mobilisées par les élèves un statut de savoir culturel et social.

Brousseau (1987) précise que l'institutionnalisation porte aussi bien sur une situation d'action, que sur une situation de formulation ou de preuve. Les maîtres doivent prendre acte de ce que les élèves ont fait ; décrire ce qui s'est passé et ce qui a un rapport avec la connaissance visée ; donner un statut aux événements de la classe comme résultat des élèves et comme résultat de l'enseignant ; assumer un objet d'enseignement ; l'identifier ; rapprocher ces productions des connaissances des autres (culturelles ou du programme) ; indiquer qu'elles peuvent resservir.

L'institutionnalisation consiste à donner un statut culturel ou social aux productions des élèves : activités, langage, connaissances. L'institutionnalisation porte aussi bien sur une situation d'action que sur une situation de formulation ou de preuve.

Douady et Perrin-Glorian (1989) situent le processus d'institutionnalisation par rapport aux aspects outil et objet d'un concept. Dans l'information traitée, l'enseignant choisit et expose, avec les conventions en usage, ce qui est nouveau à retenir. Il fait le "cours". Ainsi, l'enseignant a la charge de donner un statut aux concepts qui, jusque-là, sont intervenus comme outils. Il constitue alors un savoir de classe auquel chacun pourra se référer » (pp. 216-217).

Dévolution [3]

« "Le processus de dévolution décrit l'ensemble de l'activité du professeur qui consiste à amener l'élève à s'approprier le problème à résoudre, à mobiliser les connaissances nécessaires et à assumer la responsabilité de la résolution. La dévolution est un élément important du contrat didactique. Il ne suffit pas de 'communiquer' un problème à un élève pour que ce problème devienne son problème et qu'il se sente seul responsable de le résoudre. Il ne suffit pas, non plus, que l'élève accepte cette responsabilité pour que le problème qu'il résout soit un problème 'universel' dégagé de présupposés subjectifs" (Brousseau, 1988, p. 14). La dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement, mais sur les situations qui le caractérisent. C'est un processus qui porte sur toutes les situations » (pp. 216-217).

Dévolution d'une situation [2]

« Comment faire pour que le problème qu'a inventé l'enseignant devienne le problème que va chercher à résoudre l'élève ? Pour reprendre un vieux terme de droit adapté à la question de la transmission des savoirs : comment faire la dévolution d'une situation à un élève ? (Dévolu : terme de jurisprudence. Qui est transporté, transféré, échu, acquis par droit. Dévolution : attribution des biens à une ligne successorale par suite de l'extinction ou de la renonciation de l'autre.)

On appelle “dévolution d’une situation a-didactique” l’ensemble des conditions qui permettent à l’élève de s’approprier la situation : enjeu intellectuel et contexte favorable.

“La dévolution consiste non seulement à présenter à l’élève le jeu auquel le maître veut qu’il s’adonne, mais aussi à faire en sorte que l’élève se sente responsable (au sens de la connaissance et non pas de la culpabilité), du résultat qu’il doit chercher” (Brousseau, 1988) » (p 203).

Le contrat didactique

« Brousseau (1986) définit le contrat didactique comme le résultat de la négociation des rapports établis explicitement ou implicitement entre un élève ou un groupe d’élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution.

Il précise cette définition en signalant un paradoxe : “Le contrat didactique est en fait souvent intenable. Il met le professeur devant une véritable injonction paradoxale : tout ce qu’il fait pour faire produire, par les élèves, les comportements qu’il attend, tend à priver ces derniers des conditions nécessaires à la compréhension et à l’apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu’il veut, il ne peut plus l’obtenir.

Mais l’élève est lui aussi devant une injonction paradoxale : s’il accepte que, selon le contrat, le maître lui enseigne les résultats, il ne les établit pas lui-même, et donc il n’apprend pas les mathématiques, il ne se les approprie pas. Apprendre implique pour lui de refuser le contrat, mais aussi d’accepter la prise en charge” (Brousseau, 1986, 1998).

L’apprentissage va donc reposer non pas sur le bon fonctionnement du contrat, mais sur ses ruptures » ([3], pp. 218-219).

« Le contrat didactique dépend étroitement des connaissances en jeu : il est le résultat de la négociation des rapports établis explicitement ou implicitement entre un élève ou un groupe d’élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution » ([2], p. 206).

Contrat pédagogique [2]

« Les règles de vie relèvent de ce type de contrat (respect des autres, rangement du matériel, répartition de tâches, etc.). C’est aussi le cas de l’organisation du travail (fréquence des devoirs personnels, présentation des cahiers, etc.). La nature de ce contrat n’est pas liée à une discipline. Il est la plupart du temps connu et maîtrisé par les enseignants, pas toujours par les élèves, mais souvent si. Ces derniers doivent s’adapter à des fonctionnements différents d’un enseignant à l’autre » (p. 206).

2 CONCEPTS DE LA THÉORIE DE LA DIALECTIQUE OUTIL/OBJET ET DES JEUX DE CADRES

Concept outil/concept objet

« Douady (1986) définit un concept mathématique comme ayant une double nature d'outil et d'objet. Selon Douady et Perrin-Glorian (1989), un concept est outil lorsque l'intérêt est focalisé sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème ou poser des questions. Un concept est objet lorsqu'il est considéré d'un point de vue culturel, qu'il a une place dans l'édifice structuré des connaissances d'un moment reconnues socialement » ([3], p. 220).

L'étude de Douady (1986) explicite et précise que le fonctionnement en tant qu'outil des connaissances scientifiques lors de la résolution d'un problème peut être explicite ou implicite [2].

« Dans la genèse des mathématiques, un concept est souvent outil implicite, avant de devenir objet du savoir constitué, puis outil explicite au service d'autres problèmes : d'où la notion de **"dialectique outil-objet"**. Tout objet institué est un outil potentiel. Ainsi peut s'installer, de façon générale mais non exclusive, une dialectique entre les statuts outil et objet d'un concept » ([2], p. 206).

Dialectique outil/objet

« Douady (1986) a construit des ingénieries didactiques basées sur une dialectique faisant intervenir la double nature des concepts mathématiques visés par l'enseignement. Il s'agit d'un processus cyclique organisant les rôles respectifs de l'enseignant et des élèves, au cours duquel les concepts mathématiques jouent alternativement le rôle d'outil pour résoudre un problème et d'objet prenant place dans la construction d'un savoir organisé. Un travail où interviennent de façon alternée et interactive les aspects outil et objet des concepts doit permettre leur adaptation et leur réinvestissement dans des situations différentes de celles qui les ont produits. La théorie de la dialectique outil-objet est associée aux notions de cadres, changements et jeux de cadres » ([3], pp. 220-221).

Cadre

« Un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales que le sujet associe à un moment donné à ces objets et à ces relations (Douady, 1984) » ([3], p. 221).

« Un concept mathématique peut être mobilisé dans plusieurs cadres (physique, numérique, géométrique, graphique, informatique) entre lesquels s'établissent des relations contribuant à la connaissance de ce concept.

Un *jeu de cadres* est la prévision construite par le professeur de l'utilisation par les élèves d'un changement de cadres alors qu'un seul cadre est explicite » ([2], p. 206).

Jeu de cadres

« Les jeux de cadres sont des changements de cadres provoqués à l'initiative de l'enseignant, à l'occasion de problèmes convenablement choisis, pour faire avancer les phases de recherche et faire évoluer les conceptions des élèves (Douady, 1986) » ([3], p. 221).

Changement de cadres

« Un changement de cadres est un moyen d'obtenir des formulations différentes d'un problème qui, sans être nécessairement tout à fait équivalentes, permettent un nouvel accès aux difficultés rencontrées et la mise en œuvre d'outils et de techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation » ([3], p. 221).

Un changement de cadres est « une mise en relation intéressée et intéressante de deux traductions d'un même problème (à résoudre) dans deux (ou plus) domaines de travail (*les cadres*) » (Robert, 2001).

« La **dialectique outil-objet** est créatrice de sens. Les jeux de cadres sont source de déséquilibre ; la rééquilibration participe à l'apprentissage. Les jeux de cadres jouent un rôle moteur dans l'une des phases de la dialectique » ([3], p. 221).

Registre [2]

Ce terme est utilisé ici avec le sens de registre de représentation sémiotique dans l'acceptation que lui donne Duval (1993).

Un registre de représentation sémiotique doit permettre les trois opérations fondamentales suivantes : la formation de représentations dans le registre, leur traitement à l'intérieur du registre, la conversion vers un autre registre de représentation. Par

exemple, il distingue classiquement, quand il est question d'algèbre et de fonctions, le registre de la langue naturelle, le registre des expressions symboliques algébriques, le registre des représentations graphiques. Précisons que plusieurs cadres peuvent utiliser le même registre et que le travail dans un cadre mobilise généralement plusieurs registres.

« Les registres sont des modes de représentation des objets mathématiques, accompagnés de règles de traitements, qui permettent d'étudier des problèmes. Le passage d'un registre à un autre, pour un type d'objets, s'opère selon des règles de conversion plus ou moins précises, qui ne transfèrent pas nécessairement dans le registre d'arrivée toutes les propriétés accessibles dans le registre initial (car chaque registre explicite des propriétés spécifiques), et qui ne conservent pas toujours de manière isomorphe les modes de traitement (chaque registre a aussi ses traitements spécifiques). De plus, pour un type d'objet mathématique, certains registres sont plus adaptés à certains cadres. Au point qu'il est parfois difficile de distinguer entre cadres et registres : pour quels objets, par exemple, est-on sûr de bien séparer le cadre géométrique et le registre graphique ? » (Rogalski, 2019, p. 3).

Registre/cadre

Ces deux notions soulèvent un questionnement : que va-t-on chercher ailleurs par un changement de cadre, de registre, ou autre ? Comment fonctionnent concrètement les changements de cadre, de registre, ou de point de vue ? Pour quelles raisons va-t-on ailleurs chercher quelque chose, et quoi ? Pour répondre à ces questions, détaillons davantage les idées exposées précédemment. Nous ne prétendons ni à l'exhaustivité ni à l'unicité de la description proposée, qui devrait certainement être approfondie. Précisons tout d'abord la différence entre changement de cadres et jeu de cadres : à savoir le jeu dans le changement de cadre et l'importation d'un objet. Il s'agit de chercher dans un autre cadre un objet qui y est « implicitement », mais qui n'est pas facilement repérable dans le cadre où on travaille initialement. Autrement dit, le « jeu de cadres » permet d'introduire plus facilement un objet nouveau quand celui-ci existe sous une autre forme. Remarquons toutefois que Douady réserve plutôt ce mot de « jeu » pour signaler le choix des cadres laissé aux élèves, dans une situation. Cette version du changement de cadre est bien adaptée à la construction de situations fondamentales permettant d'introduire certaines notions nouvelles. Voici un exemple, qui peut se traiter de plusieurs façons. À un certain niveau de la scolarité, le cadre numérique contient seulement les nombres décimaux et plus généralement les nombres rationnels Il s'agit d'introduire la racine carrée d'un nombre, par exemple $\sqrt{2}$. Or, le cadre géométrique « contient » des nombres de façon implicite, dans la mesure où certains objets géométriques « existent naturellement », c'est-à-dire ont déjà été vus dans des figures ou des énoncés géométriques (mesure de la diagonale d'un carré de côté de mesure 1).

CHAPITRE

4

ERREURS ET REMÉDIATION

Échec [2]

« L'échec qualifie un résultat, le fait que le résultat attendu ne soit pas atteint, que l'état terminal du jeu (fin de la partie) ne soit pas un état gagnant » (p. 208).

Erreur [2]

« L'erreur ne qualifie pas le résultat, mais la démarche de prise de décision. Une décision peut être dite "causée par une erreur" lorsque celui qui a pris cette décision peut la remettre en question, en regard des conséquences qu'il sait pouvoir lui associer. L'erreur qualifie la connaissance qui a permis la décision lorsqu'elle est identifiable et identifiée.

Pour l'élève, l'interprétation de l'échec en termes d'erreurs nécessite :

- un constat de l'échec du résultat,
- l'attribution de l'échec à des choix qu'il a faits et dont il peut assumer la responsabilité (ce qui implique le rejet de causes comme le hasard, la fatalité, le rejet de la culpabilisation et du dénigrement de soi-même, etc.),
- la recherche d'identification des relations entre choix et résultats,
- une modification de ses choix de manière plus adéquate.

La transformation de l'échec en erreur est la condition d'un progrès, d'un apprentissage (Briand et Salin, 1999, p. 29) » ([2], p. 207). Selon Brousseau (2009, p. 4), une erreur est avant toute chose, « une déclaration "contradictoire" avec un certain contexte accepté au préalable. Le contexte est celui d'une culture ou plus généralement celui d'une action en cours. Il faut donc considérer au moins deux situations : celle où un actant prend une décision ou fait une déclaration erronée, généralement à son insu, et celle où un actant, le même ou un autre, prend conscience et déclare que cette action est une erreur. Le second n'a pas nécessairement raison. »

Obstacle [2]

« Un obstacle se manifeste par des erreurs non pas fugaces et erratiques, mais reproductibles et persistantes. Ces erreurs témoignent d'une connaissance (erronée) qui a réussi dans tout un domaine d'action (mais qui échoue dans d'autres) ; elles persistent souvent après l'apprentissage d'un savoir correct ; leur origine peut être ontogénétique, didactique ou épistémologique. Parmi les obstacles que l'analyse permet d'identifier, la recherche distingue :

- **Les obstacles ontogénétiques :** ce sont des connaissances "spontanées" apparaissant "naturellement" au cours du développement ; ils sont relatifs au développement neurophysiologique du sujet (Piaget, 1967). Par exemple, à un âge donné,

un enfant ne peut admettre que la collection B, dont on a un peu modifié l'apparence en écartant les jetons, a bien le même nombre de jetons que la collection A, alors qu'il l'admettait lorsque les deux collections étaient présentées à l'identique. Pour cette erreur, le spatial l'emporte sur le numérique.

- **Les obstacles épistémologiques :** ils sont attestés dans la genèse historique d'un concept et constitutifs du savoir actuel. "On connaît contre une connaissance antérieure." Bachelard ayant mis en évidence ce concept, un certain nombre de travaux qui s'appuient sur l'histoire des sciences poursuivent la recherche entreprise par Bachelard et l'étendent à d'autres sciences que les sciences physiques. Les obstacles épistémologiques ont joué un rôle dans le développement historique des connaissances et dont le rejet a dû être intégré explicitement dans le savoir transmis.
- **Les obstacles didactiques :** ils résultent d'une transposition didactique antérieure non susceptible de renégociation par le maître, dans le cadre restreint de sa classe du moins. Le franchissement d'obstacles implique très souvent à la fois une restructuration des modèles d'action, du langage et des systèmes de preuves. Le didacticien peut en précipiter les ruptures en favorisant la multiplication et l'alternance des dialectiques des trois types » (p. 207).

Obstacle [1]

« Un obstacle est un ensemble de difficultés d'un actant (sujet ou institution), liées à "sa" conception d'une notion. Cette conception a été établie par une activité et par une adaptation correcte, mais dans des conditions particulières, qui l'ont déformée ou qui en ont limité la portée. Les difficultés créées par cette conception sont liées par des "raisonnements", mais aussi par les nombreuses circonstances où cette conception intervient. Ainsi, la conception résiste au simple apprentissage d'une connaissance plus correcte. Les difficultés semblent disparaître, mais elles réapparaissent de façon inattendue et causent des erreurs par des relations insoupçonnées. L'identification et l'inclusion explicite du rejet d'un obstacle dans la nouvelle connaissance sont généralement des conditions nécessaires à son usage correct » (p. 4).

Brousseau (1986) écrit : « Un obstacle est une connaissance, le chercheur (ou l'enseignant) devra faire un effort pour reformuler la difficulté qu'il étudie en termes, non pas de manque de connaissance, mais de connaissances fausses voire incomplètes. »

« Un obstacle est une connaissance que les élèves utilisent en dehors de son domaine de validité. La connaissance obstacle a son domaine de validité et d'efficacité, et donc aussi un domaine où elle est pertinente, mais où elle se révèle fausse, inefficace, source d'erreurs, etc. » (Brousseau, 1998c).

Ce n'est pas une connaissance totalement inadaptée ; au contraire, un obstacle résiste parce que c'est une connaissance adaptée à certaines situations et qu'elle permet donc des réussites.

« Un obstacle se manifeste par une famille d'erreurs relatives à un savoir. Ces erreurs sont reproductibles et persistantes. Elles révèlent une connaissance erronée qui a réussi dans tout un domaine d'action, mais qui échoue dans d'autres. Ces erreurs persistent souvent après apprentissage du savoir correct. Le rejet des connaissances qui ont produit ces erreurs fait partie de la connaissance nouvelle » (Brousseau, 1983).

Remédiation

Processus complexe dont la finalité est de pallier ou, mieux, d'éradiquer les difficultés d'apprentissage.

- Dérive du verbe « remédier » qui, selon Le Petit Robert de la langue française en ligne, signifie en didactique : « Dispositif pédagogique mis en place après évaluation de l'élève, pour combler des lacunes, corriger des apprentissages erronés. Séances, logiciels de remédiation. »
- « construire, à la lumière des lacunes identifiées et dont on a dégagé les causes et les sources, un dispositif d'intervention qui permet de combler ces lacunes » (référence en ligne, consultée le 5 décembre 2023).

La remédiation peut intervenir avant, pendant et après la séquence d'enseignement. Il existe deux types de remédiation selon Dehon et Derobertmasure (2008) :

- **Remédiation immédiate :**

  Elle est entièrement intégrée à la séquence d'enseignement/apprentissage. C'est un processus de régulation « intégrant l'ensemble des opérations méta cognitives du sujet et de ses interactions avec l'environnement qui infléchissent ses processus d'apprentissage dans le sens d'un objectif défini de maîtrise » (Perrenoud cité par Deaudelin *et al*., 2007). Cette régulation peut alors prendre trois formes : proactive (en début d'apprentissage), interactive (en cours de séquence) et rétroactive (en fin de séquence) (Allal, 1988 dans Perrenoud, 1998).

- **Remédiation différée :**

  Elle « consiste en un traitement portant sur des difficultés parfois "lourdes" et qui peut être confié soit à un maître spécialisé, en dehors de la classe, soit à d'autres personnels, comme dans le cas de la dyslexie ou d'importants retards scolaires. Parfois, une forme moins radicale implique l'enseignant, mais celui-ci propose alors des activités particulières ou adaptées organisées à des moments distincts,

hors du cheminement de la séquence d'apprentissage, y compris, par exemple, sous la forme de travaux à domicile… » Notons toutefois qu'une remédiation différée peut être effectuée dans la classe quand il s'agit d'une difficulté qui ne relève pas de celles décrites comme lourdes.

BIBLIOGRAPHIE

Adihou, A., **Butlen, D.** et **Koudogbo, J.** [avec la collaboration de Coppé, S. et Affognon, G.] (2023). *Guide pour le formateur d'enseignants de mathématiques : des outils didactiques pour penser, organiser et lire la classe*. Agence universitaire de la Francophonie, APPRENDRE, Groupe thématique d'expertise 4.

Allal, L. (1988). Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. Dans M. Huberman (dir.), *Assurer la réussite des apprentissages scolaires. Les propositions de la pédagogie de maîtrise* (pp. 86-126), Delachaux et Niestlé.

Ball, D. L., **Thames, M. H.** et **Phelps, G.** (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Boule, F. (1998). Étapes du calcul mental. *Grand N*, *62*, 15-33.

Briand, J. et **Chevalier, M. C.** (2000). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*. Hatier Pédagogique.

Briand, J. et **Salin, M.-H.** (1999). Didactique des mathématiques. Exposé au professeur de mathématique à Yaoundé au Cameroun.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherche en didactique des mathématiques*, *2*(1), 37-127. https://revue-rdm.com/1981/problemes-de-didactique-des/

— (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *4*(2), 165-198. https://revue-rdm.com/1983/les-obstacles-epistemologiques-et/

— (1986a). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 33-115.

— (1986b). Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques [Thèse de doctorat d'État ès sciences]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.

— (1987, mai). *Les différents rôles du maître.* Colloque de P.E.N., Angers.

— (1988). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, *9*(3), 309-336. https://revue-rdm.com/1988/le-contrat-didactique-le-milieu/

— (1998a). *La théorie des situations didactiques. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990, présentés par M. Cooper et N. Balacheff, R. Sutherland et V. Warfield*. La Pensée sauvage.

— (1998b). Introduction : un exemple pour entrer en matière : « La course à 20 ». Dans *La théorie des situations didactiques. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990, présentés par M. Cooper et N. Balacheff, R. Sutherland et V. Warfield*, La Pensée sauvage.

— (1998c). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. Dans *La théorie des situations didactiques. Recueil de textes de Didactique des mathématiques 1970-1990, présentés par M. Cooper et N. Balacheff, R. Sutherland et V. Warfield* (pp. 115-160), La Pensée sauvage.

— (2009). L'erreur en mathématiques du point de vue didactique. *Tangente Éducation*, 7, 4-7.

— (2010[1998]). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques*. Rédigé en 1998 et mis à jour en 2010 et consultable en ligne : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution des problèmes numériques*. Presses universitaires de Franche-Comté.

Charles-Pézard, M. (2010a). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *30*(2), 197-261.

— (2010b). Exemples de recherches en didactique des mathématiques sur la formation des enseignants (premier et second degrés). Dans M. Haspekian et J. Horoks (dir.), *Exemples de recherches sur la formation des enseignants*, *Cahier n° 1 du LDAR* (p. 17-31), IREM de Paris 7, Université Denis-Diderot.

—, **Butlen D.** et **Masselot P.** (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* La Pensée sauvage.

Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. *Math-École*, *209*, 19-26.

— (2013). *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale*, Hatier.

Chevallard Y. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné* [réédition revue et augmentée avec un exemple d'analyse de la transposition didactique d'Y. Chevallard et M.-A. Johsua]. La Pensée sauvage, collection « Recherches en didactiques des mathématiques ».

— (1994). Processus de transposition et leur théorisation. Dans G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand et A. Tiberghien (dir.), *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 135-180), La Pensée sauvage.

— (2002). Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation. Dans *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 41-56), La Pensée sauvage.

Comiti, C. (2014). Recherche en didactique et formation des enseignants. *Perspectivas da Educação Matemática*, *7*(15), 444-456.

Deaudelin, C., **Desjardins, J.**, **Dezutter, O.**, **Thomas, L.**, **Morin, M.-P.**, **Lebrun, J.**, **Hasni, A.** et **Lenoir, Y.** (2007). *Pratiques évaluatives et aide à l'apprentissage des élèves : l'importance des processus de régulation*. Rapport de la recherche 2004-AC-95276, Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation, Centre de recherche sur l'intervention éducative et le Centre de recherche interuniversitaire sur la formation et la profession enseignante.

Dehon, A. et **Derobertmasure, A.** (2008). Outils de remédiation immédiate : Pour plus d'efficacité et d'équité dans le processus d'enseignement à l'école fondamentale. *Efficacité et équité en éducation*.

— et **Demeuse, M.** (2008). *Mise à l'épreuve d'outils de remédiation immédiate dans l'enseignement primaire du Réseau de la Communauté française*. Rapport intermédiaire 2e année, Université de Mons-Hainaut, Institut d'administration scolaire, service de Méthodologie et Formation, non publié.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet* [thèse de doctorat]. Université Paris-Diderot.

— (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 5-31. https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/

— et **Perrin-Glorian, M.-J.** (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, *20*, 387-424. https://doi.org/10.1007/BF00315608

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et des sciences cognitives*, 5, 37-65.

Encyclopaedia Universalis (2023). La didactique des mathématiques, consultable en ligne sur le site www.universalis.fr/encyclopedie/mathematiques-didactique-des/

Fénichel, M. et **Pauvert, M.** (1997). *L'épreuve de mathématiques au concours de professeur des écoles*. Armand Colin.

ICMI (2015, November 9-13th). *17th ACM International Conference on Multimodal Interaction*. Seattle (USA).

Le Petit Robert (2023). *Le Petit Robert de la Langue Française* – Dico en ligne, https://www.lerobert.com/le-petit-robert-de-la-langue-francaise-bienvenue.html

Perrenoud, P. (1998). Où vont les pédagogies différenciées ? Vers l'individualisation du curriculum et des parcours de formation. *Educar*, *22-23*, 11-34.

Piaget, J. (1967). *Logique et connaissance scientifique*. Gallimard.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

Rey, B. (2014). *La notion de compétence en éducation et formation. Enjeux et problèmes.* De Boeck, « Le point sur Pédagogie ».

Robert, A. (2001a). Recherches sur les pratiques des enseignants de mathématiques du secondaire : imbrication du point de vue de l'apprentissage des élèves et du point de vue de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, *21*(1/2), 7-56.

— (2001b). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, *21*(1/2), 57-80.

Rogalski, M. (2019). *Les changements de cadre dans la pratique des mathématiques et le jeu de cadres de Régine Douady*. Sorbonne Université.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.

Vergnaud, G. (1981a). Jean Piaget : quels enseignements pour la didactique ?. *Revue française de pédagogie*, 57, 7-14.

— (1981b). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Peter Lang.

— (2009, 16 janvier). Activité, développement, représentation. Conférence plénière invitée au colloquium didactique des mathématiques. Université Paris Diderot. https://www.gerard-vergnaud.org/texts/gvergnaud_2009_activite-developpement-representation_colloque-paris.pdf

— (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2/3), 133-170.

— (2002). La conceptualisation, clef de voûte des rapports entre pratique et théorie. Dans *Analyse des pratiques et professionnalité des enseignants*. Eduscol.

— (2007). Représentation et activité : deux concepts étroitement associés, *Recherches en éducation*, 9-22.

— (2007). *Rubinstein aujourd'hui. Nouvelles figures de l'activité humaine : Anthologie de textes choisis et édités par Valérie Nosulenko et Pierre Rabardel*. Éditions de la Maison des sciences de l'homme.

Vergnaud, G. (2011). La pensée est un geste : Comment analyser la forme opératoire de la connaissance. *Enfance*, *1*(1), 37-48.

Wozniak, F. (2015). La démarche d'investigation depuis la théorie anthropologique du didactique : les parcours d'étude et de recherche. *Recherches en éducation*, *21*. https://doi.org/10.4000/ree.7578

PRÉSENTATION DES AUTEURS

Adolphe Cossi ADIHOU est professeur titulaire de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke au Québec (Canada). Ses recherches portent sur le développement de la pensée algébrique, les problématiques relatives aux trucs mathématiques en enseignement et en apprentissage, les difficultés d'enseignement-apprentissage en mathématiques, les pratiques enseignantes et la formation pour l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire. Impliqué en formation initiale et continue des enseignants, il a conçu des ressources didactiques qui articulent savoirs mathématiques et didactiques dans une approche collaborative. Il est intervenu au Bénin, au Cameroun, au Congo, au Niger et au Togo dans le cadre des missions du groupe thématique d'expertise GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » en vue du renforcement des compétences en didactique des mathématiques des formateurs de formateurs d'enseignants dans le cadre du projet APPRENDRE.

Denis BUTLEN est chercheur en didactique des mathématiques, professeur émérite de l'université CY Paris Cergy Université et associé au laboratoire de didactique André Revuz. Il est coordinateur du groupe thématique d'expertise GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE. Ses travaux concernent principalement l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, notamment issus de milieux socialement défavorisés à l'école primaire et au début du collège. Ils s'articulent autour de trois axes principaux. Le premier axe centré sur l'enseignement du calcul mental et de la résolution de problèmes porte sur l'étude des liens entre construction des connaissances, construction du sens et maîtrise des techniques opératoires. Le deuxième axe concerne les pratiques des enseignants exerçant dans le cadre de l'éducation prioritaire (organisation et catégorisation des pratiques, gestes professionnels associés). Le troisième axe porte sur la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Jeanne KOUDOGBO est professeure agrégée de didactique des mathématiques à l'Université de Sherbrooke, au Québec (Canada). Elle a un doctorat de l'Université du Québec à Montréal, un postdoctorat, une formation en orthopédagogie et deux diplômes de maîtrise de l'Université de Genève et de l'UAC (Bénin). Ses travaux de recherche concernent les pratiques enseignantes, les dispositifs novateurs d'aide aux élèves en difficulté, les mécanismes de construction des connaissances, les visées des programmes et des manuels scolaires, les enjeux et finalités de formation mathématique, ainsi que les défis actuels en enseignement-apprentissage des mathématiques. Ses expériences professionnelles portent sur la formation initiale et continue et les programmes de formation. Elle est un membre actif dans plusieurs comités scientifiques et organismes internationaux, dont le groupe thématique d'expertise GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences » du programme APPRENDRE, pour lequel elle a animé plusieurs ateliers de formation de formateurs en Afrique.

Sylvie COPPÉ est retraitée, anciennement maîtresse d'enseignement et de recherche à l'Université de Genève en didactique des mathématiques. Elle participe à la formation des enseignants de mathématiques du primaire et du secondaire. Ses domaines de recherche concernent la résolution de problèmes, l'enseignement de l'algèbre élémentaire, l'évaluation, les ressources, les pratiques enseignantes et la collaboration entre enseignants, formateurs et chercheurs. Membre du groupe thématique d'expertise GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », elle participe dans ce cadre à la réflexion sur la formation des formateurs et enseignants de mathématiques.

Gervais AFFOGNON est docteur en didactique des mathématiques. Ses recherches ont porté sur les perspectives historiques dans l'enseignement des mathématiques. Il est chargé de cours au lycée et dans les écoles de formation des enseignants et conseiller pédagogique pour le suivi de proximité des enseignants. Membre du groupe thématique d'expertise GTE 4 « Promotion et enseignement des mathématiques et des sciences », il a dirigé dans le cadre du programme APPRENDRE des ateliers de renforcement de capacités en didactique des mathématiques de formateurs de formateurs dans plusieurs pays d'Afrique. Il a également participé à la relecture des programmes de mathématiques des 1re et 2e années du primaire au Bénin.